

UNIVERSITAS UDAYANA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA
UJIAN AKHIR SEMESTER GENAP TAHUN AJARAN 2009/2010

Mata Kuliah	: Analisis Deret Waktu (MA633530)
Hari dan Tanggal	: Selasa, 22 Juni 2010
Dosen Penguji	: I Wayan Sumarjaya, S.Si.
Sifat Ujian	: Boleh dibawa pulang (<i>Take Home</i>)
Waktu	: Dikumpul paling lambat hari Selasa pukul 12.00 WITA

Catatan:

- (i) Masing-masing soal berikut memiliki bobot yang sama yaitu 25. Jawaban Anda haruslah sistematis dan logis untuk mendapatkan skor maksimal.
- (ii) Untuk jawaban yang memerlukan simulasi R tulis skripnya dan gunakan *print out* luaran R seperlunya saja; selain itu jawaban Anda harap ditulis tangan. Untuk soal yang memerlukan pembuktian ingat awali jawaban dengan kata "**Bukti:**" dan akhiri dengan kata "Jadi terbukti bahwa ...".
- (iii) Jika Anda melakukan tindakan plagiat, yakni jawaban sama persis titik-koma dan kata-kata maka jawaban yang paling dahulu dikumpulkan dianggap jawaban asli. Untuk jawaban-jawaban yang sama persis selanjutnya nilai akan dibagi menjadi sebanyak n jawaban yang sama. Misalnya kalau ada 5 jawaban yang sama persis dan jawaban asli mendapat nilai 20 maka untuk kelima jawaban akan mendapat nilai masing-masing $20/5$.

1. Misalkan peubah acak A berdistribusi normal dengan nilai tengah 0 dan varians 1 dan θ adalah peubah acak yang berdistribusi seragam pada selang $[-\pi, \pi]$ dan bebas dari A . Apakah model-model deret waktu berikut stasioner?

(a) $Z_t = (-1)^t A$;

(b) $Z_t = A \sin(2\pi t + \theta)$.

Untuk deret waktu yang stasioner hitunglah fungsi autokorelasi dan fungsi autokovariansnya. Kemudian buatlah simulasi realisasi proses yang stasioner sebanyak 500 beserta plot fungsi autokorelasi dan fungsi autokovariansnya. Jika model deret waktu untuk soal (b) adalah stasioner gunakan $\theta = 2$ dan $\theta = -2$.

2. Misalkan suatu model deret waktu

$$Z_t = \beta_1 + \beta_2 t + W_t$$

dengan β_1 dan β_2 adalah konstanta yang diketahui dan $W_t \sim \text{WN}(0, \sigma_W^2)$.
Buktikan bahwa nilai tengah dari rerata bergerak

$$V_t = \frac{1}{2q+1} \sum_{j=-q}^q Z_{t-j}$$

adalah $\beta_1 + \beta_2(t)$.

3. Misalkan U_1 dan U_2 adalah peubah-peubah acak normal saling bebas dengan nilai tengah nol dan $E(U_1^2) = E(U_2^2) = \sigma^2$. Misalkan pula ω_0 adalah periode atau waktu yang diperlukan suatu proses untuk membuat satu siklus lengkap. Suatu deret waktu dengan komponen periodik ω_0 dapat dikonstruksi dari bentuk

$$Z_t = U_1 \sin(2\pi\omega_0 t) + U_2 \cos(2\pi\omega_0 t).$$

Buktikan bahwa deret waktu ini adalah stasioner dengan fungsi autokovarians

$$\gamma(h) = \sigma^2 \cos(2\pi\omega_0 h).$$

Kemudian buatlah simulasi realisasi proses ini sebanyak 500 beserta plot fungsi autokorelasi dan autokovariansnya. Untuk simulasi ini misalkan U_1 dan U_2 masing-masing berdistribusi $\mathcal{N}(0; 0,8)$ dan $\omega_0 = 6$.

4. Suatu proses MA(2) didefinisikan sebagai

$$Z_t = \varepsilon_t - 0,1\varepsilon_{t-1} + 0,21\varepsilon_{t-2},$$

dengan $\varepsilon_t \sim \text{WN}(0, \sigma_\varepsilon^2)$. Apakah model ini stasioner? Berikan argumentasinya. Kemudian hitung fungsi autokorelasinya.

SELAMAT MENGERJAKAN
